**Úloha 1:**Dalimir si házel šesti šestistěnnými kostkami. Jaká je pravděpodobnost, že součet čísel na kostkách bude sudé číslo a zároveň součin bude liché číslo?

**Úloha 2:**Anička hledá všechna prvočísla, jejichž ciferný součet je roven 3 a nemůže se dopočítat. Pomůžete jí?

**Úloha 3:**To se Stronzo takhle jednou procházel svými kanály a na stěně našel napsanou rovnici . Neodejde ze stoky, dokud nebude vědět, jak vypadají všechna celočíselná řešení této rovnice.

**Úloha 4:**Kikina si o hodině dějepisu z nudy kreslí do sešitu trojúhelníky s celočíselnými délkami stran a obvodem délky 7. Než však stačila zjistit, kolik takových různých trojúhelníků lze sestrojit, učitel jí sešit sebral. Je to tedy na vás, kolik takových trojúhelníků existuje a které to jsou?

**Úloha 5:**Roztržitý Atamann zapomene deštník při každé návštěvě obchodu s pravděpodobností 1/4. Jestliže ráno vyšel z domova s deštníkem, během dne navštívil 4 obchody a přišel domů bez deštníku, jaká je pravděpodobnost, že jej zapomněl v posledním obchodě?

**Úloha 6:**Po té, co přišla o sešit, Kikina na hodině usnula a další příklad je tedy zcela na vás. Rozmístěte do roviny 5 bodů tak, aby délky deseti úseček, které těchto 5 bodů určuje, nabývaly jen 2 různých hodnot.

**Úloha 7:**Barča s Karolínou pověsily obrázek. Zdálo se jim ale, že použily zbytečně mnoho hřebíků a teď by chtěly nějaké vyndat. Které kombinace hřebíků vyndat nesmějí, nechtějí-li, aby obrázek spadl?

**Úloha 8:**Na Prachatickém gymplu sice nezvoní, ale Kikinu naštěstí na konci hodiny vzbudila hodná spolužačka. Kikina si vzpomíná, že se jí zdál zvláštní sen o výrazu

,

má však nejasné tušení, že ve snu byl ten výraz jednodušší. Po spánku na lavici je ale celá rozlámaná, tak raději nechala přemýšlení na později. Přijdete na to, o jakém výrazu se Kikině zdálo?

**Úloha 9:**Maso s Dýní by byli rádi, abyste jim našli všechna celá čísla *n* taková, že jak číslo 16*n* + 9, tak číslo 9*n* + 16 je druhou mocninou nějakého přirozeného čísla.

**Úloha 10:**Žabák Jardáč skáče pouze celočíselné skoky. Jednou skákal po úsečce *AB* dlouhé 88z bodu *A* do bodu *B*. Vždy nejprve skočil polovinu vzdálenosti zbývající do bodu *B*, dalším skokem skočil polovinu předchozího skoku zpět. Poté zase polovinu vzdálenosti k bodu *B* a polovinu zpět, a tak dále. Kolik skoků udělal, než by musel poprvé skočit neceločíselně?

**Úloha 11:**Lasse se vsadil s Luckou, že rozdělí čtverec na 11 shodných mnohoúhelníků. Pořád mu to ale nejde. Pomožte mu sázku vyhrát.

**Úloha 12:**Že má Michal rád oranžovou barvu a plyšové želvy, to všichni dobře víme. Věděli jste ale, že má kromě toho také rád čtverce všeho druhu? Teď by ho zajímalo, pro které *n* přirozené je
1! + 2! + … + *n*! čtverec.

**Úloha 13:**Markéta hrála tetris, ale nějak jí popadaly kostky na sebe. Když už tedy nemůže hrát dál, chtěla by alespoň znát vzdálenost |*AB*| (jeden čtverec má rozměry 1x1).

**Úloha 14:**Řešte rovnici pro *x* reálné:

**Úloha 15:**Libor se jednou o češtině nudil, a tak si udělal tabulku 5 × 5. Po řádcích (a v rámci řádku zleva doprava) do ní vepsal čísla 1, 2, . . . , 25 v tomto pořadí. Nechal poté Tadeáše, aby si vybral pět políček tak, aby žádná dvě nebyla ve stejném řádku ani ve stejném sloupci, a čísla na těchto políčkách sečetl. Libor se pak pokusil toto číslo uhodnout. Jaké hodnoty mohl součet mít?

**Úloha 16:**Mějme kružnici k se středem *S* o poloměru 1 a bod *P* takový, že |*PS*| = 3. Tímto bodem

veďme tečny ke kružnici *k*, které se jí dotknou v bodech *A*, *B*. Dále si zvolme libovolný bod *T* kratšího oblouku *AB* kružnice *k* a jím veďme tečnu ke kružnici *k*. Tato tečna protne úsečky *AP* a *BP* v bodech *X* a *Y* . Určete obvod trojúhelníka *PXY*.

**Úloha 17:**Petr se jednou procházel po parku a zakopl o funkci *f*, která pro každé *x ∈ R+* splňuje
 *f*(*x*) = ⌊*x*⌋ · *x*. Je-li *f*(*x*) celé číslo, jaká je jeho největší možná dvojciferná hodnota? Výraz ⌊*x*⌋ značí největší celé číslo, které nepřesahuje *x*.

**Úloha 18:**Kikina s Aničkou slibují: Jestliže zjistíte v závislosti na *n* ϵ *N*, čemu se rovná uvedený výraz, dostanete bod!

**Úloha 19:**Michal si upekl dokonale kulatou palačinku a z jejího středu vykrojil kruh, takže teď z palačinky zbylo mezikruží. Když se na ni chystal dát kečup, všiml si, že nejdelší rovná čára, kterou umí kečupem nakreslit, aniž by ho vylil na stůl, je dlouhá 12 cm. Jaký obsah má Michalova palačinka?

**Úloha 20:**Holi potkal na Matfyzu rovnoramenný lichoběžník s délkami základen 8 a 18. Skoro by si jej ani nevšiml, kdyby mu nebyla vepsána kružnice. Holi si ji bohužel nestihl pořádně prohlédnout a teď marně přemýšlí, kolik asi tak mohla mít kružnice v průměru. Nás na rozdíl od Holiho zajímá přesná délka poloměru.

**Úloha 21:**To se jednou Celestýna nudila a nakreslila si trojúhelník *ABC* s úhly |∢*ABC*| = |∢*BCA*| = 42◦. Pak se u ní objevila Tatyana a dokreslila kružnici k se středem *K*, která protíná stranu *AB* ve vnitřních bodech *P*, *Q*, stranu *BC* ve vnitřních bodech *R*, *S* a stranu *CA* ve vnitřních bodech *T*, *U*. Všimly si, že |*PQ*| = |*RS*| = |*TU*| a zajímalo by je, jak velký je úhel |∢*CKB*|.

**Úloha 22:**Ve tři ráno vzbudil Kikinu Duch ŠMF a ptal se jí, pro kolik celých *n*, *n* ≠ 3, je zlomek roven celému číslu a která *n* to jsou. Kikina ale byla značně rozespalá a navíc se jí zrovna zdál krásný sen o horách čokolády, tak se jen převalila na druhý bok a spala dál. Duch ŠMF je teď značně mrzutý. Zkuste ho ukonejšit tím, že úlohu vyřešíte.

**Úloha 23:**V sousední zemi je 10 měst. Kvestor by zde rád mezi jednotlivými městy zřídil letecké linky. Ví však, že vláda hodlá rozdělit zemi na dva státy, oba po pěti městech. Ale bohužel neví, která města budou ve kterém státě. Při rozdělení státu se všechny linky mezi městy z různých států zruší. Poraďte kvestorovi, jaký nejmenší počet linek mu stačí vytvořit, aby po rozdělení vedlejší země mohli cestující s použitím leteckých linek Kvestor&spol. cestovat mezi libovolnými městy v rámci rozdělených států (klidně i s přestupy).

**Úloha 24:**Také Aničku navštívil v noci Duch ŠMF. Působil trochu nabroušeně, tak Anička raději nelenila a na rozdíl od Kikiny příklad okamžitě vyřešila. Měla za úkol zjistit, pro která všechna přirozená *n* platí, že 6*n* je dělitelné 6+ *n*?

**Úloha 25:**Označme si *m◦n* = (*m+n*)/(*mn*+4). Spočtěte ((((2009◦2008)◦2007)◦ · · ·◦2)◦1)◦0.

**Úloha 26:**V trojúhelníku *ABC* je těžnice na stranu *a* kolmá na těžnici na stranu *b*. Určete délku strany *c*, víte-li navíc *a* = 8, *b* = 6.

**Úloha 27:**Lukáš dostal kruh o poloměru r se středem v počátku souřadnic. Náhodně z něj vybral bod. Jaká je pravděpodobnost, že úsečka délky r rovnoběžná s osou x a se středem ve vybraném bodě, bude celá uvnitř kruhu?

**Úloha 28:**Na přednášku na VŠE přišlo 65 studentů. Petr se na nudí, už sklidil farmu, navařil, napekl i se postaral o všechny simíky a teď přemýšlí, pro jaké největší *n* určit platí tvrzení: „V posluchárně se najde alespoň *n* studentů narozených ve stejný den v týdnu.“

**Úloha 29:**Vojta našel posloupnost, která má první dva členy *a1* = 20 a *a2* = 11 a dále je definovaná pomocí vzorce *an+*2*= an −*1*/an+*1, dokud má pravá strana smysl (tj. nedělí se nulou). Určete nejmenší t takové, že *at* = 0.

**Úloha 30:**Pro která přirozená čísla platí ?

**Úloha 31:**K přirozenému číslu *A* byly zprava připsány tři cifry, čímž vzniklo číslo, které je součtem všech přirozených čísel od 1 do *A*. Nalezněte všechny možné hodnoty *A*.

**Úloha 32:**Anička doučovala kamarádku, která pohořela v písemce na příkladu, ve kterém měla najít všechna reálná *x*, která pro libovolné reálné *y* splňují . Zvládnete to, nebo byste také dostali plný počet bodů?

**Úloha 33:**Vypočítejte .

**Úloha 34:**Duch ŠMF má rád souměrné útvary. Jednou si takhle nakreslil čtverec o obsahu *S*1. Jemu pak vepsal kružnici*k* a té ještě vepsal rovnostranný trojúhelník o obsahu *S*2. Vaším úkolem je určit poměr obsahů *S*1/*S*2.

**Úloha 35:**Nalezněte všechny dvojice reálných čísel (*a*, *b*) takové, že čísla 10, *a*, *b*, *ab* tvoří v tomto pořadí aritmetickou posloupnost.

**Úloha 36:**Kikina a Anička mají velmi rády sladké. V cukrárně prodávají kremrole, věnečky a trubičky. Kolika způsoby si děvčata můžou koupit právě 6 sladkostí, jestliže chtějí od každého druhu ochutnat alespoň jednu, ale sní nejvýše dva věnečky?

**Úloha 37:**Určete počet podmnožin množiny {1, 2 . . . , 63} takových, že součet jejich prvků je roven 2009.

**Úloha 38:**Že neuhodnete, jaký je ciferný součet čísla 2564·3225?

**Úloha 39:**Ve mlýně se objevil záhadný součin. Čemu je roven?



**Úloha 40:**Jedna úložka pro fajnšmekry: Najděte všechny funkce *f*: *R* ->*R*, které pro všechna *x, y* ϵ *R* splňují rovnici

**Úloha 41:**Nechť *a*, *b* jsou takové konstanty, že body prostoru dané souřadnicemi (1, *a*, *b*), (*a*, 2, *b*)
a (*a*, *b*, 3) leží na jedné přímce. Určete *a + b*.

**Úloha 42:**Anička a Kikina mají dohromady pět červených karet s čísly 1, 2, 3, 4, 5 a čtyři modré s čísly 3, 4, 5, 6. Chtějí všechny karty uspořádat do řady, aby se střídaly barvy a každé číslo na modré kartě bylo dělitelné čísly na sousedních kartách. Je to možné? Pokud ano, karty seřaďte.

**Úloha 43:**Do kružnice je vepsaný šestiúhelník *ABCDEF*, pro který platí |*AB*| = |*CD*| = |*EF*| = 2|*BC*| = 2|*DE*| = 2|*AF*|. Určete obvod *ABCDEF*, víte-li, že |*AD*| = 8.

**Úloha 44:**Pro přirozená čísla *a, b, c* platí *abc* = 78 a *a*2 + *b*2 + *c*2 = 206. Určete součet *a* + *b* + *c*.

# Výsledky sudé (Kikina)

**Úloha 2:**Anička hledá všechna prvočísla, jejichž ciferný součet je roven 3 a nemůže se dopočítat. Pomůžete jí?
***Výsledek*:** Jen prvočíslo 3.

**Úloha 4:**Kikina si o hodině dějepisu z nudy kreslí do sešitu trojúhelníky s celočíselnými délkami stran a obvodem délky 7. Než však stačila zjistit, kolik takových různých trojúhelníků lze sestrojit, učitel jí sešit sebral. Je to tedy na vás, kolik takových trojúhelníků existuje a které to jsou?
***Výsledek*:** 2. Jsou to (1,3,3) a (2,2,3).

**Úloha 6:**Po té, co přišla o sešit, Kikina na hodině usnula a další příklad je tedy zcela na vás. Rozmístěte do roviny 5 bodů tak, aby délky deseti úseček, které těchto 5 bodů určuje, nabývaly jen 2 různých hodnot.
***Výsledek*:**

**Úloha 8:**Na Prachatickém gymplu sice nezvoní, ale Kikinu naštěstí na konci hodiny vzbudila hodná spolužačka. Kikina si vzpomíná, že se jí zdál zvláštní sen o výrazu

,

má však nejasné tušení, že ve snu byl ten výraz jednodušší. Po spánku na lavici je ale celá rozlámaná, tak raději nechala přemýšlení na později. Přijdete na to, o jakém výrazu se Kikině zdálo?
***Výsledek*:** 2/3

**Úloha 10:**Žabák Jardáč skáče pouze celočíselné skoky. Jednou skákal po úsečce *AB* dlouhé 88z bodu *A* do bodu *B*. Vždy nejprve skočil polovinu vzdálenosti zbývající do bodu *B*, dalším skokem skočil polovinu předchozího skoku zpět. Poté zase polovinu vzdálenosti k bodu *B* a polovinu zpět, a tak dále. Kolik skoků udělal, než by musel poprvé skočit neceločíselně?
***Výsledek*:** 24

**Úloha 12:**Že má Michal rád oranžovou barvu a plyšové želvy, to všichni dobře víme. Věděli jste ale, že má kromě toho také rád čtverce všeho druhu? Teď by ho zajímalo, pro které *n* přirozené je
1! + 2! + … + *n*! čtverec.
***Výsledek*:** Pro *n* = 1 a *n* = 3

****Úloha 14:**Řešte rovnici pro *x* reálné:
***Výsledek*:**

**Úloha 16:**Mějme kružnici k se středem *S* o poloměru 1 a bod *P* takový, že |*PS*| = 3. Tímto bodem

veďme tečny ke kružnici *k*, které se jí dotknou v bodech *A*, *B*. Dále si zvolme libovolný bod *T* kratšího oblouku *AB* kružnice *k* a jím veďme tečnu ke kružnici *k*. Tato tečna protne úsečky *AP* a *BP* v bodech *X* a *Y* . Určete obvod trojúhelníka *PXY*.
***Výsledek*:**

**Úloha 18:**Kikina s Aničkou slibují: Jestliže zjistíte v závislosti na *n* ϵ *N*, čemu se rovná uvedený výraz, dostanete bod!
***Výsledek*:** *V*(*n*) = *n*/(*n* + 1)

**Úloha 20:**Holi potkal na Matfyzu rovnoramenný lichoběžník s délkami základen 8 a 18. Skoro by si jej ani nevšiml, kdyby mu nebyla vepsána kružnice. Holi si ji bohužel nestihl pořádně prohlédnout a teď marně přemýšlí, kolik asi tak mohla mít kružnice v průměru. Nás na rozdíl od Holiho zajímá přesná délka poloměru.
***Výsledek*:** 6

**Úloha 22:**Ve tři ráno vzbudil Kikinu Duch ŠMF a ptal se jí, pro kolik celých *n*, *n* ≠ 3, je zlomekroven celému číslu a která *n* to jsou. Kikina ale byla značně rozespalá a navíc se jí zrovna zdál krásný sen o horách čokolády, tak se jen převalila na druhý bok a spala dál. Duch ŠMF je teď značně mrzutý. Zkuste ho ukonejšit tím, že úlohu vyřešíte.
***Výsledek*:** Pro 16, *n* = {}

**Úloha 24:**Také Aničku navštívil v noci Duch ŠMF. Působil trochu nabroušeně, tak Anička raději nelenila a na rozdíl od Kikiny příklad okamžitě vyřešila. Měla za úkol zjistit, pro která všechna přirozená *n* platí, že 6*n* je dělitelné 6+ *n*?
***Výsledek*:** 3, 6, 12, 30

**Úloha 26:**V trojúhelníku *ABC* je těžnice na stranu *a* kolmá na těžnici na stranu *b*. Určete délku strany *c*, víte-li navíc *a* = 8, *b* = 6.
***Výsledek*:**

**Úloha 28:**
Na přednášku na VŠE přišlo 65 studentů. Petr se na nudí, už sklidil farmu, navařil, napekl i se postaral o všechny simíky a teď přemýšlí, pro jaké největší *n* určit platí tvrzení: „V posluchárně se najde alespoň *n* studentů narozených ve stejný den v týdnu.“
***Výsledek*:** *n* = 10

**Úloha 30:**Pro která přirozená čísla platí ?
***Výsledek*:** Pro *n* = 2 a každé*n* liché.

**Úloha 32:**Anička doučovala kamarádku, která pohořela v písemce na příkladu, ve kterém měla najít všechna reálná *x*, která pro libovolné reálné *y* splňují . Zvládnete to, nebo byste také dostali plný počet bodů?
***Výsledek*:** *x* = 3/2

**Úloha 34:**Duch ŠMF má rád souměrné útvary. Jednou si takhle nakreslil čtverec o obsahu *S*1. Jemu pak vepsal kružnici*k* a té ještě vepsal rovnostranný trojúhelník o obsahu *S*2. Vaším úkolem je určit poměr obsahů *S*1/*S*2.
***Výsledek*:**

**Úloha 36:**Kikina a Anička mají velmi rády sladké. V cukrárně prodávají kremrole, věnečky a trubičky. Kolika způsoby si děvčata můžou koupit právě 6 sladkostí, jestliže chtějí od každého druhu ochutnat alespoň jednu, ale sní nejvýše dva věnečky?
***Výsledek*:** 7 způsobů

**Úloha 38:**Že neuhodnete, jaký je ciferný součet čísla 2564·3225?
***Výsledek*:** 8

**Úloha 40:**Jedna úložka pro fajnšmekry: Najděte všechny funkce *f*: *R* ->*R*, které pro všechna *x, y* ϵ *R* splňují rovnici
***Výsledek*:**

**Úloha 42:**Anička a Kikina mají dohromady pět červených karet s čísly 1, 2, 3, 4, 5 a čtyři modré s čísly 3, 4, 5, 6. Chtějí všechny karty uspořádat do řady, aby se střídaly barvy a každé číslo na modré kartě bylo dělitelné čísly na sousedních kartách. Je to možné? Pokud ano, karty seřaďte.
***Výsledek*:** Výsledek. **5**, 5, **1**, 3, **3**, 6, **2**, 4, **4** nebo obráceně.

**Úloha 44:**Pro přirozená čísla *a, b, c* platí *abc* = 78 a *a*2 + *b*2 + *c*2 = 206. Určete součet *a* + *b* + *c*.
***Výsledek*:** 20

# Výsledky liché (Anička)

**Úloha 1:**

Dalimir si házel šesti šestistěnnými kostkami. Jaká je pravděpodobnost, že součet čísel na kostkách bude sudé číslo a zároveň součin bude liché číslo?

***Výsledek*: 1/64**

**Úloha 3:**

To se Stronzo takhle jednou procházel svými kanály a na stěně našel napsanou rovnici . Neodejde ze stoky, dokud nebude vědět, jak vypadají všechna celočíselná řešení této rovnice.

***Výsledek*: všechna *x*, kde *x* + 2 je čtverec**

**Úloha 5:**

Roztržitý Atamann zapomene deštník při každé návštěvě obchodu s pravděpodobností 1/4. Jestliže ráno vyšel z domova s deštníkem, během dne navštívil 4 obchody a přišel domů bez deštníku, jaká je pravděpodobnost, že jej zapomněl v posledním obchodě?

***Výsledek*: 27/256 = 0,1055**

**Úloha 7:**

Barča s Karolínou pověsily obrázek. Zdálo se jim ale, že použily zbytečně mnoho hřebíků a teď by chtěly nějaké vyndat. Které kombinace hřebíků vyndat nesmějí, nechtějí-li, aby obrázek spadl?

***Výsledek*:*****A;AB;AC;BC;ABC***

**Úloha 9:**

Maso s Dýní by byli rádi, abyste jim našli všechna celá čísla *n* taková, že jak číslo 16*n* + 9, tak číslo 9*n* + 16 je druhou mocninou nějakého přirozeného čísla.

***Výsledek*: 0, 1, 52**

**Úloha 11:**

Lasse se vsadil s Luckou, že rozdělí čtverec na 11 shodných mnohoúhelníků. Pořád mu to ale nejde. Pomožte mu sázku vyhrát.

***Výsledek*: obrázek**

**Úloha 13:**Markéta hrála tetris, ale nějak jí popadaly kostky na sebe. Když už tedy nemůže hrát dál, chtěla by alespoň znát vzdálenost |*AB*| (jeden čtverec má rozměry 1x1).



***Výsledek*: 5/4 dm (1,25 dm)**

**Úloha 15:**

Libor se jednou o češtině nudil, a tak si udělal tabulku 5 × 5. Po řádcích (a v rámci řádku zleva doprava) do ní vepsal čísla 1, 2, . . . , 25 v tomto pořadí. Nechal poté Tadeáše, aby si vybral pět políček tak, aby žádná dvě nebyla ve stejném řádku ani ve stejném sloupci, a čísla na těchto políčkách sečetl. Libor se pak pokusil toto číslo uhodnout. Jaké hodnoty mohl součet mít?

***Výsledek*: 65**

**Úloha 17:**

Petr se jednou procházel po parku a zakopl o funkci *f*, která pro každé *x ∈ R+* splňuje
 *f*(*x*) = ⌊*x*⌋ · *x*. Je-li *f*(*x*) celé číslo, jaká je jeho největší možná dvojciferná hodnota? Výraz ⌊*x*⌋ značí největší celé číslo, které nepřesahuje *x*.

***Výsledek*: 89**

**Úloha 19:**

Michal si upekl dokonale kulatou palačinku a z jejího středu vykrojil kruh, takže teď z palačinky zbylo mezikruží. Když se na ni chystal dát kečup, všiml si, že nejdelší rovná čára, kterou umí kečupem nakreslit, aniž by ho vylil na stůl, je dlouhá 12 cm. Jaký obsah má Michalova palačinka?

***Výsledek*: 36π cm2**

**Úloha 21:**

To se jednou Celestýna nudila a nakreslila si trojúhelník *ABC* s úhly |∢*ABC*| = |∢*BCA*| = 42◦. Pak se u ní objevila Tatyana a dokreslila kružnici k se středem *K*, která protíná stranu *AB* ve vnitřních bodech *P*, *Q*, stranu *BC* ve vnitřních bodech *R*, *S* a stranu *CA* ve vnitřních bodech *T*, *U*. Všimly si, že |*PQ*| = |*RS*| = |*TU*| a zajímalo by je, jak velký je úhel |∢*CKB*|.

***Výsledek*: 138°**

**Úloha 23:**

V sousední zemi je 10 měst. Kvestor by zde rád mezi jednotlivými městy zřídil letecké linky. Ví však, že vláda hodlá rozdělit zemi na dva státy, oba po pěti městech. Ale bohužel neví, která města budou ve kterém státě. Při rozdělení státu se všechny linky mezi městy z různých států zruší. Poraďte kvestorovi, jaký nejmenší počet linek mu stačí vytvořit, aby po rozdělení vedlejší země mohli cestující s použitím leteckých linek Kvestor&spol. cestovat mezi libovolnými městy v rámci rozdělených států (klidně i s přestupy).

***Výsledek*: 30**

**Úloha 25:**

Označme si *m◦n* = (*m+n*)/(*mn*+4). Spočtěte ((((2009◦2008)◦2007)◦ · · ·◦2)◦1)◦0.

***Výsledek*: 1/12**

**Úloha 27:**

Lukáš dostal kruh o poloměru r se středem v počátku souřadnic. Náhodně z něj vybral bod. Jaká je pravděpodobnost, že úsečka délky r rovnoběžná s osou x a se středem ve vybraném bodě, bude celá uvnitř kruhu?

***Výsledek*: 1/4**

**Úloha 29:**

Vojta našel posloupnost, která má první dva členy *a1* = 20 a *a2* = 11 a dále je definovaná pomocí vzorce *an+*2*= an −*1*/an+*1, dokud má pravá strana smysl (tj. nedělí se nulou). Určete nejmenší t takové, že *at* = 0.

***Výsledek*: 222**

**Úloha 31:**

K přirozenému číslu *A* byly zprava připsány tři cifry, čímž vzniklo číslo, které je součtem všech přirozených čísel od 1 do *A*. Nalezněte všechny možné hodnoty *A*.

***Výsledek*: 1999**

**Úloha 33:**

Vypočítejte .

***Výsledek*: 1**

**Úloha 35:**

Nalezněte všechny dvojice reálných čísel (*a*, *b*) takové, že čísla 10, *a*, *b*, *ab* tvoří v tomto pořadí aritmetickou posloupnost.

***Výsledek*: (4, -2), (5/2, -5)**

**Úloha 37:**

Určete počet podmnožin množiny {1, 2 . . . , 63} takových, že součet jejich prvků je roven 2009.

***Výsledek*: 5**

**Úloha 39:**

Ve mlýně se objevil záhadný součin. Čemu je roven?



***Výsledek*: 50**

**Úloha 41:**

Nechť *a*, *b* jsou takové konstanty, že body prostoru dané souřadnicemi (1, *a*, *b*), (*a*, 2, *b*) a (*a*, *b*, 3) leží na jedné přímce. Určete *a + b*.

***Výsledek*: 4**

**Úloha 43:**

Do kružnice je vepsaný šestiúhelník *ABCDEF*, pro který platí |*AB*| = |*CD*| = |*EF*| = 2|*BC*| = 2|*DE*| = 2|*AF*|. Určete obvod *ABCDEF*, víte-li, že |*AD*| = 8.

***Výsledek*: 24**